

# 西安中学高 2022 届新生暑假作业答案与评分标准

## 数 学

说明：第 1, 2, 3, 11, 12, 16 题为初中所学内容。

### 一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	D	A	A	B	A	D	D	B

### 二、填空题

11. 5          12.  $3\sqrt{2}$           13. 3          14. 17

### 三、解答题

15. 解：(1)  $A \cap B = \{x | 2 \leq x < 5\}$  ;

$$C_R A = \{x | -3 < x < 2\} , \quad (C_R A) \cup B = \{x | -3 < x < 5\} ; \dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2)  $\because B \cap C = C \therefore C \subseteq B$

当  $C = \emptyset$  时, 有  $m-1 > 2m$  即  $m < -1$ ,

$$\text{当 } C \neq \emptyset \text{ 时, 有 } \begin{cases} m-1 \leq 2m \\ m-1 > 1 \\ 2m < 5 \end{cases} \therefore 2 < m < \frac{5}{2}.$$

综上所述:  $m$  的取值范围是  $(-\infty, -1) \cup \left(2, \frac{5}{2}\right)$ . \dots\dots 12 分

$$16. \text{ 解: (1) 依题意得: } \begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1 \\ a + b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 3 \end{cases}$$

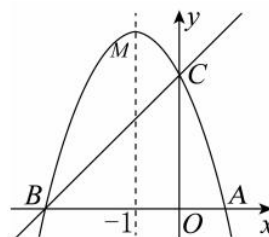
$\therefore$  抛物线的解析式为  $y = -x^2 - 2x + 3$ .

$\therefore$  对称轴为  $x = -1$ , 且抛物线经过  $A(1,0)$ ,

$\therefore$  把  $B(-3,0)$ 、 $C(0,3)$  分别代入直线  $y = mx + n$ ,

$$\text{得 } \begin{cases} -3m + n = 0 \\ n = 3 \end{cases}, \text{ 解之得: } \begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \end{cases},$$

$\therefore$  直线  $y = mx + n$  的解析式为  $y = x + 3$ . \dots\dots 5 分



(2) 设直线  $BC$  与对称轴  $x = -1$  的交点为  $M$ , 则此时  $MA + MC$  的值最小, 把  $x = -1$  代入直线  $y = x + 3$  得  $y = 2$ ,  $\therefore M(-1, 2)$ .

即当点  $M$  到点  $A$  的距离与到点  $C$  的距离之和最小时  $M$  的坐标为  $(-1, 2)$ . \dots\dots 8 分

(3) 设  $P(-1, t)$ , 又  $B(-3, 0)$ ,  $C(0, 3)$ ,

$$\therefore BC^2 = 18, PB^2 = (-1 + 3)^2 + t^2 = 4 + t^2, PC^2 = (-1)^2 + (t - 3)^2 = t^2 - 6t + 10,$$

①若点  $B$  为直角顶点, 则  $BC^2 + PB^2 = PC^2$ , 即:  $18 + 4 + t^2 = t^2 - 6t + 10$  解得:  $t = -2$ ,

②若点  $C$  为直角顶点, 则  $BC^2 + PC^2 = PB^2$ , 即:  $18 + t^2 - 6t + 10 = 4 + t^2$  解得:  $t = 4$ ,

③若点  $P$  为直角顶点, 则  $PB^2 + PC^2 = BC^2$ , 即:  $4 + t^2 + t^2 - 6t + 10 = 18$  解得:

$$t_1 = \frac{3+\sqrt{17}}{2}, t_2 = \frac{3-\sqrt{17}}{2}.$$

综上所述  $P$  的坐标为  $(-1, -2)$  或  $(-1, 4)$  或  $(-1, \frac{3+\sqrt{17}}{2})$  或  $(-1, \frac{3-\sqrt{17}}{2})$ . .....12 分

17. 解: (1) 当  $a = 2$  时,  $f(x) = x^2 + 3x - 3, x \in [-2, 3]$ , 对称轴  $x = -\frac{3}{2} \in [-2, 3]$ ,

$$\therefore f(x)_{\min} = f(-\frac{3}{2}) = -\frac{21}{4}, f(x)_{\max} = f(3) = 15,$$

$\therefore$  函数  $f(x)$  的值域为  $[-\frac{21}{4}, 15]$ . .....5 分

(2) 函数  $f(x)$  的对称轴为  $x = -\frac{2a-1}{2}$ .

①当  $-\frac{2a-1}{2} \leq 1$ , 即  $a \geq -\frac{1}{2}$  时,  $f(x)_{\max} = f(3) = 6a + 3, \therefore 6a + 3 = 1, a = -\frac{1}{3}$ ;

②当  $-\frac{2a-1}{2} > 1$ , 即  $a < -\frac{1}{2}$  时,  $f(x)_{\max} = f(-1) = -2a - 1, \therefore -2a - 1 = 1, a = -1$ .

综上所述  $a = -\frac{1}{3}$  或  $a = -1$ . .....12 分

18. 解: (1)  $\because f(x)$  过点  $(1, 5), \therefore 1 + m = 5 \Rightarrow m = 4$ . .....3 分

(2) 对于  $f(x) = x + \frac{4}{x}, \because x \neq 0$ ,

$\therefore f(x)$  的定义域为  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , 关于原点对称,

$\because f(-x) = -x + \frac{4}{-x} = -f(x), \therefore f(x)$  为奇函数. ....8 分

(3) 设  $x_1, x_2 \in [2, +\infty)$  且  $x_1 < x_2$ ,

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= x_1 + \frac{4}{x_1} - x_2 - \frac{4}{x_2} \\ &= (x_1 - x_2) + \frac{4(x_2 - x_1)}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 - x_2)(x_1 x_2 - 4)}{x_1 x_2} \end{aligned}$$

$\because x_1, x_2 \in [2, +\infty)$  且  $x_1 < x_2$ ,

$\therefore x_1 - x_2 < 0, x_1 x_2 > 4, x_1 x_2 > 0$

$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0$

$\therefore f(x)$  在  $[2, +\infty)$  是单调递增. ....14 分